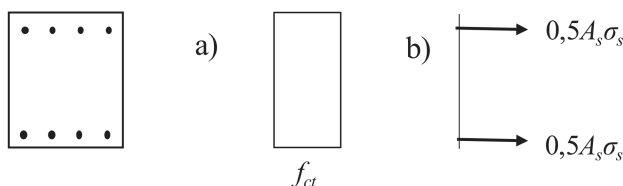


Wspólne podstawy idei min_{ULS} i min_{cr} przy rozciąganiu osiowym

Siły wewnętrzne dla $N = N_{cr}$:

a) bezpośrednio przed zarysowaniem,

b) bezpośrednio po zarysowaniu



$$N_{cr} = f_{ct} A_c = A_s \sigma_s, \quad A_s = \frac{f_{ct} A_c}{\sigma_s}.$$

min_{ULS} wyznacza się dla $f_{ct} = f_{ctm}$ i $\sigma_s = f_{yk}$, a min_{cr} wyznacza się dla $f_{ct} = kf_{ct,eff}$.

$$\text{Dla } min_{ULS} \quad A_{s,min} = A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad \text{Dla } min_{cr} \quad A_{s,min} = A_c \frac{kf_{ct,eff}}{\sigma_s}$$

Naprężenie σ_s jest naprężeniem, które powstaje przy $M = M_{cr}$ (lub $N = N_{cr}$) bezpośrednio po zarysowaniu, a więc jest mniejsze (czasem znacznie) od f_{yk} . Dlatego zbrojenie min_{cr} jest zazwyczaj większe niż min_{ULS} .

Na podstawie podobnych wywodów można uzyskać wzory na minimalne zbrojenie elementów obciążonych momentem zginającym i niezerową siłą podłużną.

Wzory do wyznaczania min_{cr} , przedstawione w p. 7.3.2 ÷ 7.3.4 normy, omówiono w punkcie 3.2.4.

23

Z przedstawionych tu wzorów widać, że przy osiowym rozciąganiu $A_{s,min}$ jest znacznie większe niż przy zginaniu. Ściskająca siła podłużna pozwala na zmniejszenie zbrojenia minimalnego w porównaniu z potrzebnym przy czystym zginaniu.

Parę słów komentarza dotyczącego sensu fizycznego minimalnego zbrojenia.

Sens fizyczny wywodów dotyczących min_{cr} jest jasny. Jeżeli pod wpływem M_{cr} naprężenia w zbrojeniu przekraczały by granicę plastyczności stali, to ewentualne rysy mogłyby osiągać nieokreśloną, dużą szerokość, a po odciążeniu odkształcenia zbrojenia nie powracałyby do zera. Dla naprężeń mniejszych od granicy plastyczności można obliczyć szerokość rys – należy zastosować zbrojenie zapewniające taką wartość σ_s , żeby rysy nie były zbyt szerokie.

Gdyby zastosować zbrojenie mniejsze od min_{ULS} , to po osiągnięciu wytrzymałości betonu na rozciąganie nastąpiłoby nagle wyczerpanie nośności, nie zasygnalizowane poprzedzającym je zarysowaniem. Niemniej jednak nośność graniczna przekroju (zakładając, że zastosowano zbrojenie obliczone zgodnie z normą) byłaby wystarczająca. Zastosowanie min_{ULS} zapewnia zatem poziom niezawodności wyższy od wymaganego w silniej zbrojonych elementach. Można domniemywać, że uznano to za potrzebne ze względu na niebezpieczeństwa związane z ewentualnym kruchym zniszczeniem.

3.2.3. Ogólne zasady wyznaczania minimalnego zbrojenia min_{cr}

W normie PN-EN (p. 7.3.2, zasada (1)P) znajduje się ogólne wymaganie dotyczące minimalnego pola przekroju zbrojenia ze względu na zarysowanie (min_{cr}), które można by nazwać **doktryną Eurokodu**.

Jeżeli wymaga się, żeby zarysowanie było pod kontrolą, to w każdym obszarze, w którym może pojawić się zarysowanie, należy zastosować zbrojenie (powiązane z betonem przez przyczepność) o polu przekroju nie mniejszym od minimalnego pola ze względu na zarysowanie. Minimum to można wyznaczyć zakładając, że siła, która powstaje w zbrojeniu bezpośrednio po zarysowaniu, jest równa sile rozciągającej w betonie, która powstała bezpośrednio przed zarysowaniem.

Bezpośrednio po zarysowaniu naprężenia σ_s w zbrojeniu nie powinny przekraczać f_{yk} .

W celu ograniczenia szerokości rys do dozwolonego w normie poziomym należy na ogół zastosować zbrojenie, które zapewni naprężenie σ_s znacznie mniejsze od f_{yk} .

Przepisy dotyczące min_{cr} należy zatem **stosować do wszystkich obszarów, w których może wystąpić rozciąganie**, niezależnie od wielkości ewentualnych naprężeń rozciągających. Zbrojenie mniejsze od min_{cr} można uznać za wystarczające tylko w tych obszarach, w których stale występuje ściskanie oraz w przypadkach określonych na następnej stronie.

25

Kiedy w elementach żelbetowych można nie stosować min_{cr} ?

We wszystkich przypadkach, w których wolno nie sprawdzać szerokości rys, można również pominąć sprawdzanie min_{cr}

Konstrukcje żelbetowe	
PN-EN	PN-B
Klasy ekspozycji X0 i XC1. Szerokość rys nie powinna przekraczać 0,4 mm, ale nie ma ona wpływu na trwałość i na ogół ten limit ma tylko zapewnić wygląd, który można zaakceptować. Jeżeli wygląd nie ma znaczenia, to wymagania można złagodzić.	Nie występuje takie złagodzenie wymagań.
Żelbetowe i sprężone płyty o grubości nie przekraczającej 200 mm w budynkach, zginane bez istotnego rozciągania siłami podłużnymi, nie wymagają podejmowania szczególnych kroków w celu ograniczenia zarysowania.	Nie ma podobnego przepisu.

3.2.4. Minimalne zbrojenie min_{cr} według PN-EN i uzupełnień niemieckich

Jeżeli za pomocą ściślejszego obliczenia nie wykaże się, że wystarczające jest mniejsze zbrojenie, to minimalne pola przekroju zbrojenia $A_{s,min}$ można obliczyć ze wzoru

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} \quad (2)$$

Nr	Znaczenie zmiennych we wzorze (2)	
I	k_c	Bezwymiarowy współczynnik, zależny od rozkładu naprężeń bezpośrednio przed i bezpośrednio po zarysowaniu, tak dobrany, żeby poprawnie wyznaczyć siłę w zbrojeniu po zarysowaniu (przy osiowym rozciąganiu $k_c = 1,0$, przy zginaniu $k_c = 0,4$. inne możliwości omówiono w p. 7.3.2(2) normy).
II	k	Współczynnik, który stosuje się w celu uwzględnienia wpływu naprężeń własnych (w normie „ <i>non uniform self-equilibrating stresses</i> ”) na zarysowanie
III	$f_{ct,eff}$	Efektywna wytrzymałość betonu na rozciąganie , czyli wytrzymałość osiągnięta w chwili, w której – jak można oczekiwać – nastąpi zarysowanie betonu
IV	A_{ct}	Pole przekroju betonu strefy rozciąganej , która powstaje bezpośrednio przed zarysowaniem
V	σ_s	Naprężenie w rozciągającym zbrojeniu powstające bezpośrednio po zarysowaniu

Szczegóły dotyczące p. I, II i III zostaną omówione w dalszej części tekstu.

27

Podobnie jak autorzy niemieckiego Załącznika Krajowego uważam, że informacje zamieszczone w normie europejskiej (a więc także w PN-EN) są niewystarczające i zalecam ściślejszą metodę obliczeń polegającą na **stosowaniu przepisów PN-EN połączonych z tzw. uzupełnieniami niemieckimi**, które przedstawię szczegółowo w dalszej części wykładu.

Najpierw rozpatrzę podstawowy sens wzoru (2) na przykładach przekrojów osiowo **rozciąganych i zginanych**.

Realne, osiowo rozciągane elementy występują rzadko, ale przypadek osiowego rozciągania jest bardzo ważny w praktyce, ponieważ obliczając elementy o kształcie tarczy (np. ściany) lub elementy spoczywające na podłożu gruntowym stosuje się metodę polegającą analizowania wymagowanych prętów osiowo rozciąganych wyciętych z konstrukcji. Przy osiowym rozciąganiu $A_{ct} = A_c$ i dla niezbyt grubych elementów (tzn. elementów, w których $h < 5(h - d)$) $k_c = 1,0$, a więc wzór (2) przyjmuje postać

$$A_{s,min} \sigma_s = k f_{ct,eff} A_c \quad (3)$$

Jak widać, wzór ten wynika wprost z warunku równowagi. Siła, która wywołuje zarysowanie betonu, po zarysowaniu jest przenoszona przez zbrojenie, w którym naprężenie wynosi σ_s .

Podobnie przy czystym zginaniu. Omawiając wspólne podstawy wyznaczania min_{ULS} i min_{cr} w p. 3.2.2 wykładu wykazano, że w zależności od stosunku h/d minimalny stopień zbrojenia wynosi od 0,494 do $0,39k_{ct,eff}A_{ct}/\sigma_s$. Dla grubych elementów (małe h/d) odpowiedni jest współczynnik zbliżony do 0,39, a więc w normie przyjęto $k_c = 0,4$ i

$$A_{s,min} \sigma_s = 0,4 k_{ct,eff} A_{ct}. \quad (4)$$

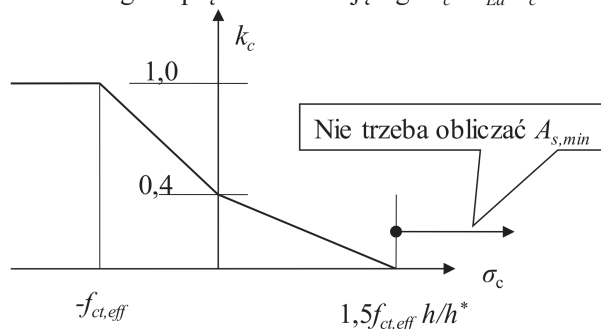
Ad I w tablicy **Znaczenie zmiennych.**

Współczynnik k_c . Jeżeli zarysowanie następuje pod wpływem jednoczesnego działania niezerowej siły podłużnej N_{Ed} i momentu zginającego, należałoby obliczyć σ_s na podstawie teorii fazy II. W normie zamieszczono uproszczony sposób rozwiązywania tego zagadnienia w postaci wzoru (7.2), który służy do wyznaczania współczynnika k_c w zależności od średniego naprężenia ściskającego $\sigma_c = N_{Ed}/A_c$.

Rysunek będący graficzną ilustracją wzoru (7.2) normy.

$$h^* = h \text{ dla } h < 1,0 \text{ m}$$

$$h^* = 1,0 \text{ m dla } h \geq 1,0 \text{ m}$$



29

Przyjmuje się, że rozciąganych półkach przekrojów teowych i skrzynkowych naprężenia są rozłożone prawie równomiernie, a więc według wzoru (7.3) normy

$$k_c = 0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}}, \text{ lecz nie mniej niż } 0,5.$$

W powyższym wzorze F_{cr} oznacza „wartość bezwzględną siły rozciągającej w półce bezpośrednio przed zarysowaniem wywołanym przez moment rysujący obliczony na podstawie $f_{ct,eff}$ ”.

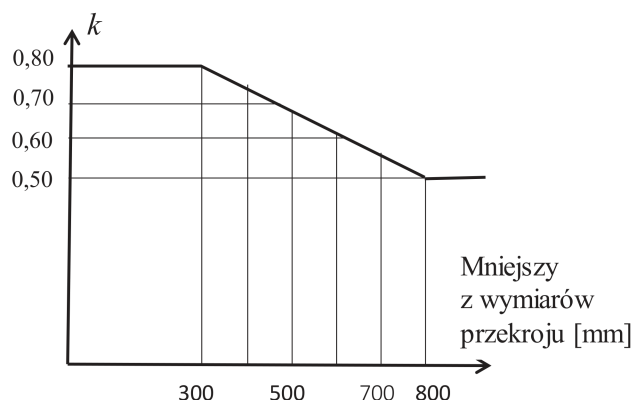
Komentarz dotyczący budowy wzoru (2). Stosowanie współczynnika k_c powoduje, że fizyczny sens wzoru nie jest jasny. W punkcie 3.2.2 wyprowadzono proste wzory na min_{cr} przy zginaniu i osiowym rozciąganiu na podstawie warunków równowagi, nie stosując sztucznie zdefiniowanego współczynnika k_c . Podobnym sposobem można by uzyskać wzory dla przypadków, w których zarówno siła podłużna jak i moment zginający przybierają niezerowe wartości.

Ad II w tablicy *Znaczenie zmiennych*

Wartość k . Na skutek działania naprężeń własnych zarysowanie przekroju następuje przy średniej wartości naprężenia mniejszej niż wytrzymałość betonu na rozciąganie. Zjawisko to można uwzględnić przypisując betonowi obniżoną (pomnożoną przez współczynnik $k \leq 1$) wytrzymałość na rozciąganie.

W grubych elementach konstrukcyjnych nierównomierność odpływu ciepła hydratacji i skurczu przy wysychaniu są większe niż w elementach cienkich. Takim elementom przypisuje się mniejsze wartości k . Za niemieckim Załącznikiem Krajowym sugeruję wyznaczenie k według rysunku na następnym stronie. Uzasadnienie tego odstępstwa od zasad PN-EN przedstawiono w książce [1].

Współczynnik k w zależności od wymiarów przekroju w przypadkach, w których występuje dominujący wpływ zjawisk TS (w innych przypadkach $k = 1,0$).



31

Ad III w tablicy *Znaczenie zmiennych*

Wartość $f_{ct,eff}$. Jeżeli oblicza się min_{cr} potrzebne ze względu na oddziaływania, które mogą pojawić się po osiągnięciu pełnej wytrzymałości betonu, to należy przyjąć $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ - prowadzi to do bardzo silnego zbrojenia minimalnego. Jeżeli zarysowanie występuje w młodym betonie, to można przyjmować, że efektywna wytrzymałość $f_{ct,eff}$ jest mniejsza od f_{ctm} . W normie PN-EN nie ma bardziej szczegółowych zaleceń. Według starszych wersji niemieckiego załącznika do Eurokodu w przypadkach, w których przyczyną zarysowania jest przede wszystkim odpływ ciepła hydratacji, można przyjmować $f_{ct,eff} = 0,5f_{ctm}$ (później tę wartość zwiększono).

W *fib Model Code* z 2010 r. nie ma informacji o $f_{ct,eff}$. W projekcie nowego Eurokodu (na razie istniejący niezatwierdzony przez CEN „draft” z 2018 r.) przepisy dotyczące min_{cr} są oparte na podobnych podstawach jak w PN-EN. W tekście „draftu” wartość $f_{ct,eff}$ nie jest podana. W tej sprawie „draft” odsyła do obszernego Załącznika D (normatywnego) mającego tytuł *Ocena wczesnego i późnego zarysowania, które może być wywołane ograniczeniami swobody odkształceń* i do wzorów określających wczesną wytrzymałość jako funkcję wieku betonu.

Definicja efektywnej wytrzymałości jest słabym punktem przedstawionej tu teorii. Potrzebna wartość $A_{s,min}\sigma_s$ jest proporcjonalna do $f_{ct,eff}$, a zatem im mocniejszy beton, tym więcej potrzeba zbrojenia. Przyczyną niedoskonałości przepisów związanych z $f_{ct,eff}$ jest złożony charakter zależnych od wielu zjawisk, które omówi się w p.4.

3.2.5. Niemieckie uzupełnienia do zasad obliczania minimalnego zbrojenia ze względu na zarysowanie

W niemieckim Załączniku Krajowym do Eurokodu wydanym w 2012 roku (Załącznik liczy ponad 100 stron i zawiera wiele punktów oznaczonych jako NCI - np. NCI Zu 7.3.2(2)) zamieszczono kilka istotnych uzupełnień do punktów, które dotyczą rozpatrywanych tu problemów.

Jak dowiadujemy się z pierwszej strony tego dokumentu NCI jest skrótem od „non contradictory complementary information”), a zatem będę te NCI nazywał uzupełnieniami, chociaż niektóre z punktów, które dalej omawiam, należałoby nazwać „zaprzeczeniami”.

Pierwszym uzupełnieniem niemieckim będę nazywać poniższy tekst NCI Zu 7.3.2(2). „*Jeżeli wymuszone siły wewnętrzne nie osiągają wartości wywołujących zarysowanie, to przekrój minimalnego zbrojenia można zmniejszyć. W takich przypadkach minimalne zbrojenie należy wyznaczyć przez wymiarowanie przekroju na obliczone, wymuszone siły wewnętrzne, uwzględniając wymagania dotyczące ograniczenia szerokości rys*”.

Tę zasadę można uznać za uzupełnienie treści zdania rozpoczynającego p. 3.2.4 „Jeżeli za pomocą ściślejszego obliczenia nie wykaże się, że wystarczające jest mniejsze zbrojenie, to minimalne pola przekroju zbrojenia $A_{s,min}$ można obliczyć ze wzoru (2)”. Może ona mieć poważny wpływ na obliczoną ilość zbrojenia.

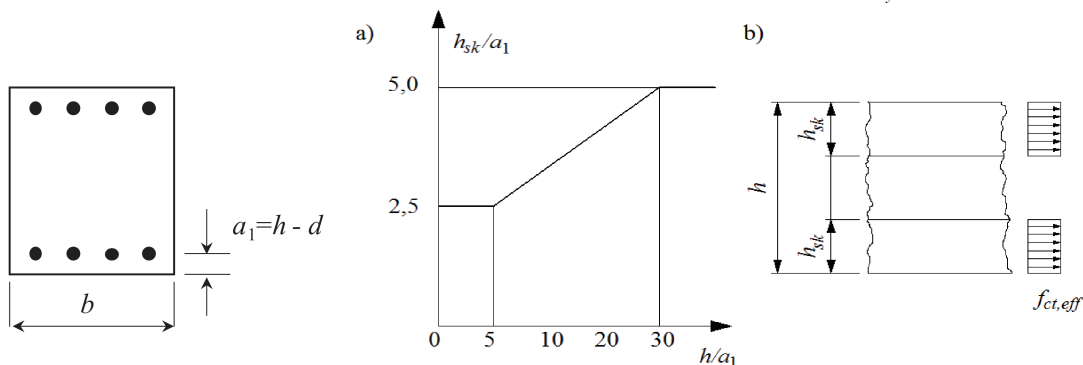
33

Drugie uzupełnienie niemieckie ma znaczenie przy projektowaniu elementów „grubszych” w których znaczny wpływ na ewentualne zarysowanie mają naprężenia własne. Efektywne pole rozciągane $A_{c,eff}$ wyznacza się inaczej niż w PN-EN. Zakłada się, że naprężenia własne są przenoszone przez dwa skuteczne pola, każde o wysokości h_k , otaczające zbrojenie przy obu powierzchniach elementu. Wysokość pola efektywnego wyznacza się z poniższego wzoru, zilustrowanego rysunkiem a).

$$2h_{sk} = \begin{cases} 5a_1 & \text{dla } h \leq 5a_1 \\ 4a_1 + 0,2h & \text{dla } 5a_1 < h < 30a_1 \\ 10a_1 & \text{dla } h \geq 30a_1 \end{cases}$$

Pole zbrojenia powinno spełniać wymaganie

$$A_s \geq \frac{2h_{sk} b f_{ct,eff}}{\sigma_s}, \text{ ale } A_s \geq \frac{A_c k f_{ct,eff}}{f_{yk}}$$



Dla cienkich elementów ($h \leq 5a_1$) wymaganie to jest takie same jak w PN-EN, ale dla elementów grubszych jest łagodniejsze